# Probabilidades y Estadística (M)

**Clase 30/05/2016. Convergencias. Teorema del Límite Central**

1. El horario de entrada al trabajo de un empleado es a las 8:30 hs. El empleado llega diariamente con distribución uniforme en el intervalo 8:30-8:50. Si cada día le descuentan $10t$ centavos, donde $t$ es la tardanza de ese día en minutos,

   (a) Calcular aproximadamente la probabilidad de que en 30 días le descuenten más de \$25.

   (b) Calcular aproximadamente la probabilidad de que en 30 días el descuento promedio diario se encuentre entre 80 centavos y \$1,10.

   (c) ¿Cuántos días deberán pasar para que el descuento total supere los \$50 con probablidad aproximada de al menos 0.95?

2. Sea $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ una sucesión de variables aleatorias i.i.d. tales que $X_n \sim Be(p)$. Sea $\bar{X}_n = \sum_{i=1}^{n} \frac{X_n}{n}$. Mostrar que

$$\frac{\sqrt{n}(\bar{X}_n - p)}{\sqrt{\bar{X}_n(1-\bar{X}_n)}} \xrightarrow{\mathcal{D}} Z,$$

   con $Z \sim \mathcal{N}(0,1)$.

3. Sea $(X_n)_{n\in\mathbb{N}}$ una sucesión de variables aleatorias i.i.d. con media $\mu_X \neq 0$, varianza $\sigma_X$, tal que $\bar{X}_n \neq 0$, y sea $(Y_n)_{n\in\mathbb{N}}$ una sucesión de variables aleatorias i.i.d. con media $\mu_Y$, varianza $\sigma_Y$, tal que $Y_j, X_k$ son independientes para cualquier elección de $k$ y $j$. Mostrar que

$$\sqrt{n}\left(\frac{\bar{Y}_n}{\bar{X}_n} - \frac{\mu_y}{\mu_X}\right) \xrightarrow{\mathcal{D}} N,$$

   con $N \sim \mathcal{N}(0,\sigma^2)$, y encontrar $\sigma$.